MATEMÁTICAS APLICADAS A CC.SS. I
TEMA 1: LOS NÚMEROS REALES

HOJA Nº 1 Fecha de entrega: Miércoles, 06 de Octubre de 2010

Ejercicios.

1. Calcula de forma exacta el resultado de $2'\overline{3} - 1'0\overline{12} : 2'15$.

2. Aproxima por defecto $3^{\sqrt{3}}$ con tres decimales por aproximaciones sucesivas.

3. Calcular una cota superior para los errores absoluto y relativo que se cometen al tomar el valor aproximado de 1´387 en vez del valor real de $\dfrac{43}{31}$.

4. Dados los conjuntos en R,

$$A = \{\, x \in R \,/\, -2 \le x \,\}, \quad B = E[2, 5], \quad C = \{\, x \in R \,/\, -3 < x \le 4 \} \quad y \quad D = E(1, 2):$$

   a) Determina la expresión interválica de A y C y la expresión algebraica de B y D. En todos ellos realiza su representación gráfica.

   b) Calcula la expresión interválica, algebraica y representa $A \cup B \qquad B \cap D \qquad R - C$

5. Expresa la operación $|3-6x| - x$ eliminando el valor absoluto.

6. Realiza los siguientes cálculos mediante notación científica utilizando dos cifras significativas:

$$a)\ \ 0'000312 : 0'00702 \qquad\qquad b)\ \ \frac{346124 \cdot \left(-23543 + 43 \cdot 10^3\right)}{0'000000432}$$

SOLUCIONES A LOS EJERCICIOS.

1. Calcula de forma exacta el resultado de $2'\overline{3} - 1'0\overline{12} : 2'15$**.**

Solución

Pasamos a las respectivas fracciones generatrices y operamos de manera exacta:

$$2'\overline{3} - 1'0\overline{12} : 2'15 = \frac{23-2}{9} - \frac{1012-10}{990} : \frac{215}{100} = \frac{21}{9} - \frac{1002}{990} : \frac{215}{100} = \frac{7}{3} - \frac{334}{330} : \frac{43}{20} =$$

$$= \frac{7}{3} - \frac{334 \cdot 20}{330 \cdot 43} = \frac{7}{3} - \frac{334 \cdot 2}{33 \cdot 43} = \frac{7}{3} - \frac{668}{33 \cdot 43} = \frac{7 \cdot 11 \cdot 43 - 668}{33 \cdot 43} = \frac{2643}{33 \cdot 43} = \frac{881}{473} = 1{,}8625792811839323...$$

2. Aproxima $3^{\sqrt{3}}$ **por defecto con tres decimales por aproximaciones sucesivas.**

Solución

Puesto que $\sqrt{3} = 1'732050...$ entonces:

- $1 < \sqrt{3} < 2$ lo que implica que $3^{1} < 3^{\sqrt{3}} < 3^{2}$, es decir, $3 < 3^{\sqrt{3}} < 9$
- $1'7 < \sqrt{3} < 1'8$ lo que implica que $3^{1'7} < 3^{\sqrt{3}} < 3^{1'8}$, es decir, $6'5 < 3^{\sqrt{3}} < 7'2$
- $1'73 < \sqrt{3} < 1'74$ lo que implica que $3^{1'73} < 3^{\sqrt{3}} < 3^{1'74}$, es decir, $6'69 < 3^{\sqrt{3}} < 6'76$
- $1'732 < \sqrt{3} < 1'733$ lo que implica que $3^{1'732} < 3^{\sqrt{3}} < 3^{1'733}$, es decir, $6'704 < 3^{\sqrt{3}} < 6'712$
- $1'7320 < \sqrt{3} < 1'7321$ lo que implica que $3^{1'732} < 3^{\sqrt{3}} < 3^{1'7321}$, es decir, $6'7047 < 3^{\sqrt{3}} < 6'7053$.
- $1'73205 < \sqrt{3} < 1'73206$ lo que implica que $3^{1'73205} < 3^{\sqrt{3}} < 3^{1'73206}$, es decir, $6'70498 < 3^{\sqrt{3}} < 6'70506$.
- $1'732050 < \sqrt{3} < 1'732051$ lo que implica que $3^{1'73205} < 3^{\sqrt{3}} < 3^{1'732051}$, es decir, $6'704985 < 3^{\sqrt{3}} < 6'704993$.

Por tanto, la aproximación por defecto de $3^{\sqrt{3}}$ con dos decimales será $3^{\sqrt{3}} \approx 6'704$

3. Calcular una cota superior para los errores absoluto y relativo que se cometen al tomar el valor aproximado de 1´387 en vez del valor real de $\frac{43}{31}$.

Solución

El valor real de la fracción $\frac{43}{31}$ es $1´387096774\ldots$. Por tanto,

$$E_a = |\,Valor\;\; verdadero - Aproximación\,| = \left|\frac{43}{31} - 1´387\right| < 0´000096774\ldots < 0´00010 = 1\cdot 10^{-4}$$

Para el error relativo hacemos:

$$E_r = \frac{E_a}{Valor\;\; verdadero} < \frac{Cota\;\; superior\;\; de\;\; E_a}{Aprox.\;\; por\;\; defecto} < \frac{1\cdot 10^{-4}}{1´387} = 7´2098\ldots\cdot 10^{-5} < 0´00008$$

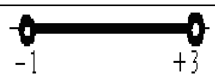
4. Dados los conjuntos en R,

$$A = \{\, x \in R \,/\, -2 \le x \,\}, \quad B = E[2,\,5], \quad C = \{\, x \in R \,/\, -3 < x \le 4\} \quad y \quad D = E(1,\,2)\text{:}$$

a) Determina la expresión interválica de A y C y la expresión algebraica de B y D. En todos ellos realiza su representación gráfica.

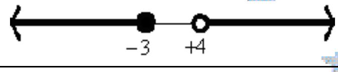
Solución

Expresión algebraica	Expresión interválica	Representación
$A = \{\, x \in R \,/\, -2 \le x \,\}$	$A = [-2, +\infty)$	
$C = \{\, x \in R \,/\, -3 < x \le 4\}$	$C = (-3, +4]$	

Expresión entorno	Expresión algebraica	Representación
$B = E[2,\,5]$	$B = \{\, x \in R \,/\, -3 \le x \le 7\}$	
$D = E\;(1,\,2)$	$D = \{\, x \in R \,/\, -1 < x < 3\}$	

b) Calcula la expresión interválica, algebraica y representa $A \cup B \quad B \cap D \quad R - C$

Solución

Operación	Expresión interválica	Expresión algebraica	Representación
$A \cup B$	$A \cup B = [-3, +\infty)$	$A \cup B = \{ x \in R \,/ -3 \leq x \}$	
$B \cap D$	$B \cap D = D = (-1, +3)$	$B \cap D = D = \{ x \in R \,/ -1 < x < 3 \}$	
$R - C$	$R - C = (-\infty, -3] \cup (+4, +\infty)$	$R - C = \{ x \in R \,/\, x \leq -3 \vee 4 < x \}$	

5. Expresa la operación $|3-6x| - x$ **eliminando el valor absoluto.**

Solución

Como 3 – 6x = 0 tiene como solución:

$$3 - 6x = 0 \quad \Leftrightarrow \quad 3 = 6x \quad \Leftrightarrow \quad x = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

entonces, como para x = 1, que es mayor que ½, el valor |3 – 6x| es |– 3| = +3 que si varía entonces la operación $|3-6x| - x$ se puede expresar del siguiente modo:

$$|3-6x| - x = \begin{cases} -(3-6x) - x = 5x - 3 & si \quad \frac{1}{2} \leq x \\ +(3-6x) - x = -7x + 3 & si \quad x < \frac{1}{2} \end{cases}$$

6. Realiza los siguientes cálculos mediante notación científica utilizando dos cifras significativas:

Solución.

$$a) \quad 0'000312 : 0'00702 = 3'1 \cdot 10^{-4} : 7 \cdot 10^{-3} = (3'1 : 7) \cdot 10^{-4-(-3)} = 0'44 \cdot 10^{-1} = 4'4 \cdot 10^{-1} \cdot 10^{-1} = 4'4 \cdot 10^{-2}$$

$$b) \quad \frac{346124 \cdot \left(-23543 + 43 \cdot 10^{3}\right)}{0'000000432} = \frac{3'4 \cdot 10^{5} \cdot \left(-2'3 \cdot 10^{4} + 4'3 \cdot 10 \cdot 10^{3}\right)}{4'3 \cdot 10^{-7}} = \frac{3'4 \cdot 10^{5} \cdot \left(-2'3 \cdot 10^{4} + 4'3 \cdot 10^{4}\right)}{4'3 \cdot 10^{-7}} =$$

$$= \frac{3'4 \cdot 10^{5} \cdot \left(2 \cdot 10^{4}\right)}{4'3 \cdot 10^{-7}} = \frac{(3'4 \cdot 2) \cdot 10^{5+4}}{4'3 \cdot 10^{-7}} = \frac{6'8 \cdot 10^{9}}{4'3 \cdot 10^{-7}} = (6'8 : 4'3) \cdot 10^{16} = 1'5 \cdot 10^{16}$$